


DR. ZOBORY ISTVÁN **DR. BÉKEFI ELEMÉR**

professzor emerítusz

ny. tudományos munkatárs

 Vasúti Járművek, Repülőgépek és Hajók Tanszék
 Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem


Gondolatok a hagyományos futóművek állandósult ívbenhaladásának klasszikus elméletéről

Összefoglalás

Ez a tanulmány egyszerűsített numerikus közelítő eljárást mutat be, amely azért került kidolgozásra, hogy jobban közelítő módszert adjon a vasúti járművek egyik hagyományos problémájának megoldására vonatkozóan: a terelő erők és a kisiklás elleni biztonság alakulásának meghatározására. A bemutatott módszer az ún. Apollonius-feladat zárt alakú egzakt megoldásán alapszik, két kör egymással való vagy körnek és egyenessel való metszéspontjainak meghatározásán. Annak érdekében, hogy elkerüljük a komolyabb numerikus instabilitási problémákat, a kerék és a sín érintkezésekor kialakuló erőket a klasszikus csúszó súrlódás elmélete szerint kezeljük.

Kulcsszavak: kvázistatikus ívbenfutás, csúszó súrlódási erők, algebrai egyenletrendszer numerikus megoldása.

I. Bevezetés

A jármű futó- és hordművének adott ívviszonyok figyelembe vételével történő tervezésénél vagy ellenőrzésénél mindig felmerülnek a szokásos kérdések a kerék-sín vezetőerőkre és a kisiklás elleni biztonságra vonatkozóan. A legfontosabb jellemzők, melyek a körívben egyenes sebességgel mozgó jármű esetében befolyásolják az ívben haladás dinamikáját a következők: az ívsugar, a nyomtávolság, a súrlódási tényezők a kerék-sín (futófelület és nyomkarima) kapcsolatban, a tengelytáv, a kerék sugara, a nyomkarima hajlásszöge, és a haladási sebesség.

A fent megfogalmazott problémára az első közelítő megoldást Prof. Heumann adta 1950-ben, [1]. Módszerének fő vonásai a következőképpen összegezhetők. Tulajdonképpen egy elsőrendben linearizált elméletről van szó több ésszerű elhanyagolással és közelítéssel. Az alkalmazott közelítések közül a következő hármat szükséges kihangsúlyozni:

1. A vezetőerők pontosan keresztirányúak,
2. A hengeres futófelületű kerekek szögsebessége $\omega = v/r$, ahol v a haladási sebesség és r a kerék sugara, azaz tangenciális sebességük a tiszta gördülésnek felel meg,

3. A kerékterhelések megegyezőek, nincs visszacsatolás a nyomkarima érintkezése során fellépő erők részéről.

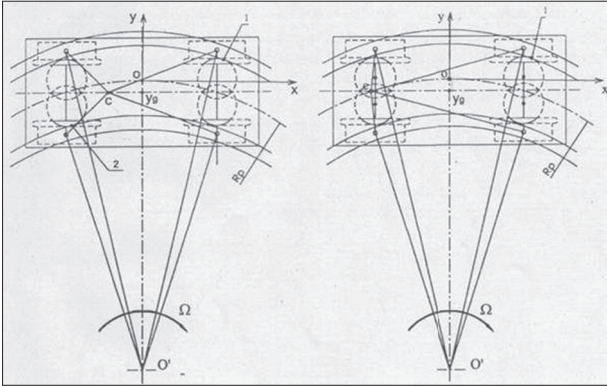
A jelen tanulmány célja, hogy az ívbenfutás dinamikájában a kvázistatikus közelítést felhasználva, a rugózott bekötésű járműrészek esetében jelentkező bonyolult rezgések mögé nézzünk, más szóval útmutatást kapjunk az ívbenfutás dinamikus folyamatainak várható értékéről. Jelen cikkben kialakított modellben az eredeti Heumann-elmélethez képest a következő finomításokat végezzük el:

1. másodrendű nem-lineáris geometria tekintetbe vétele,
2. a kerékpárok szögsebességei ismeretlenek a modellben,
3. a kerékterhelések különbözőek lehetnek,
4. számítógépes feldolgozás MATLAB-bal és
5. a jármű üzemi paramétereinek rugalmas numerikus megadása.

Móttó: „A bonyolult többtest-dinamikai modellekkel kezelt rendszerek leírására kimunkált szoftverekkel végzett dinamikai szimulációval kiadódó időfüggvények mozgóátlagainak jól azonosíthatóan meg kell felelniük jelen tanulmányban kifejlesztett kvázistatikus módszerrel kapott eredményekkel.”

2. Az egyenletes ívbenhaladás dinamikai modellje

Az első feladat egyenletes ívbenfutási problémák esetén az, hogy az állandó ívsugarú pályáívben meghatározzuk a jármű helyzetét. Az általunk követett eljárásban az említett feladat visszavezethető az ún. „Apollonius-feladatok” megoldására – a másodrendű nem-lineáris geometria rendszerében – azaz visszavezethető ismert paraméterű körök metszeti és érintési feladataira, valamint kör és egyenes metszéspontjaihoz kapcsolódó problémákra. Mindkét feladat megoldható zárt alakban, felhasználva az ismert koordináta-geometriai összefüggéseket. Az 1. ábrán az Apollonius-feladatok vázlatai körvonalazódnak az ívbenhaladó járműre, mind egy pontos (jobb oldali ábra), mind két pontos vezetésnél (bal oldali ábra).



1. ábra: Az Apollóniusz-feladatok vázlatai kéttengelyes járművek ívbenfutásakor

A második feladat az ívben haladó jármű sebességviszonyainak tisztázása. A jármű tömegközéppontja érintőirányban, állandó kerületi sebességgel (v) halad. A jármű hosszirányú tengelyére eső sebesség komponens v_1 alig különbözik v -től, kivéve B típusú kétpontos vezetés esetén, mikor a kerékpárok külső kerekeinek nyomkarimája kapcsolatban áll a külső sínszállal.

Mikor a szögsebességi feltételekkel foglalkozunk, ki kell emelni, hogy minden egyes kerékpárhoz külön egyensúlyi szögsebesség tartozik. Az ívbenfutás kvázi-statisztikus feladatában az utóbbi két érték ω_1 és ω_2 ismeretlen, három másik értékkel együtt. Rendszerünkben a szögsebességeket megzavarási (perturbációs) eljárással kezeljük, kis ε_1 és ε_2 megzavarási értékeket használva:

$$\omega_1 = \frac{(1 + \varepsilon_1)v_1}{r}, \quad \omega_2 = \frac{(1 + \varepsilon_2)v_1}{r} \quad (1)$$

ε_1 értékét elsődleges pásztázó változóként tekintjük. A célszerű numerikus kezelés érdekében bevezetjük $\varepsilon_2 = c \varepsilon_1$ összefüggést, és hatásos pásztázó folyamatot valósítunk meg ε_1 értékeinek a nulla környezetének bal kéz felőli intervallumán végzett ekvidisztáns felosztásával, miközben c konstans, majd a következő lépésben c új értéket vesz fel egy előzőleg beállított sorozatból, és a pásztázás folytatódik ε_1 lépésenkénti változásával. Így a számítási eljárásban a két ismeretlen szögsebességet két függvény képviseli, nevezetesen: $\omega_1 = g_1(\varepsilon_1)$ és $\omega_2 = g_2(\varepsilon_2, c)$.

A kezdeti normális irányú kerékerők egyenlők a jármű súlyából származó statikus terheléssel, és egyenletes eloszlásúak (egymással megegyezők). A számítás folyamán a centrifugális erők és a túlemelés kerékerhelést befolyásoló hatásai a nyomaték egyensúlyi alapelv jól ismert módszere szerint kezelhetők.

A futófelületi erők – mint Heumann eredeti elméletében – csúszó súrlódás által generált erőknek tekinthetők, amelyek mindig a futófelületen ébredő csúszási sebességgel ellentétes irányúak. Ha a kerékerhelés G és a futófelületi súrlódási tényezője μ_r , akkor a futófelületi erő: $K = G \mu_r$.

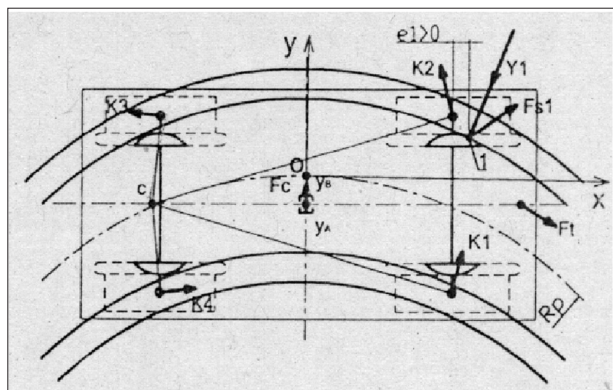
A nyomkarima érintkezési felületén ébredő „Y” belső vezetőerő(k) merőleges(ek) a kerék-sín érintkező felületek közös érintősíkjára. A nyomkarima súrlódási erejének abszolút értéke $F_f = Y \mu_{\text{H}}$ szorzatként határozható meg, ahol μ_{H} a sínfej és a nyomkarima közötti csúszósúrlódási tényező. Az Y -tól függő súrlódási erővektor iránya mindig ellentétes a csúszó kapcsolatban jelenlevő csúszási sebességvektorral. Y belépése miatt, a terelőerő x és y irányú komponenseire vonatkozó egyenletek nemlineáris jellegűek.

A nyomkarima érintkezésnél kialakuló erőket vissza kell csatolni a számítási eljárásba, hogy meghatározható legyen az eredő függőleges kerékerők alakulása. A nyomkarima érintkezési felületén létrejövő Y és F_f erők ugyanis változást okoznak a függőleges kerékerőkben. Mivel a nyomkarima érintkezési pontja a sín vízszintes érintősíkja alatt helyezkedik el, a nyomkarimára ható erők nyomtatókai kiszámíthatóak, és a kerékerheléseket változtató növekmények meghatározhatók. A számítógépes eljárásban ez egy rövid iterációs folyamatként kerül megvalósításra.

3. A rendszer egyensúlyi egyenletei

Hogy elkerüljük a forgóváz járművek ívben futásának statikailag határozatlan jellegéből fakadó problémákat, a következőkben a kéttengelyes jármű statikailag határozott esetének vizsgálatára szorítkozunk. Öt egyenletet kell felírni. Közülük három írja le az összes x és y irányú erőkomponens egyensúlyát, illetve teszi zérussal egyenlővé az utóbbiakból az egyenletes síkmozgást végző jármű pályájának a síkjában egy tetszőleges pontra vett eredő nyomtatók zérus voltát. A további két egyenlet a két forgó kerékpár tengelyére vett nyomtatók egyensúlyát fogalmazza meg.

A fentiekkel megegyezően egyponthoz vezetést esetén a statikus probléma ismeretlensége a jármű tömegközéppontjának y_g oldalirányú helyzete, a járműtestbe (a vonókészüléken bevitt) F_1 vonóerő x -irányú F_{1x} komponense, amely biztosítja az egyenletes sebességű járműmozgást, az elülső kerékre ható terelőerő Y_{1y} keresztirányú komponense, továbbá a két kerékpár szögsebessége: ω_1 és ω_2 . Kétpontos vezetés esetén, a pályán a jármű helyzete a nyomkarima érintkezések által képviselt geometriai kényszerekkel sajátosan meghatározott, így a jármű tömegközéppontjának oldalirányú helyzete már nem ismeretlen, helyette a hátsó vezetőerő keresztirányú Y_{2y} komponense lép be az egyenletekbe ötödik ismeretlenségként. Az egyensúlyi egyenletek struktúrája egyértelműen függ a vezetés fajtájától, nevezetesen, ha egyponthoz vezetést vagy kétpontos vezetés valósul meg az ívbenfutás során. A tekintett konstans sebességű ívbenfutási probléma megoldására kidolgozott többszörös iterációs hurokkal működő numerikus módszer a „feltételes parciális megoldások” halmazának létrehozásán és ezen megoldások értékelésén alapul. A lépésenkénti konstans



2. ábra: Az egyponτος vezetés erőjátéka

 rt ekkel feltételeket meghat razo alapveto változok az alv ra a vonok szul ken  t bevitt F_l vonoero x-irányu F_{tx} komponense és a két kerékpár szogsebess ge: ω_1 és ω_2 . Az ismeretlen Y_{ly} tereloero-komponens mindig jelen van az aktuális egyenletrendszerben, f ggetlenul a vezetési m dtol. Egyponτος vezetés eseteben y_g veendő figyelembe, m g k tponτος vezetésnél a h s  kerékpárra hato Y_{2y} ismeretlen tereloero komponens átveszi  t y_g helyét. A fentiekből egyértelműen következik, hogy esetben az ívbenfutási probléma numerikus megoldási eljárásának minden lépésében ismert kell, hogy legyen az aktuális vezetési mód, aminek ismeretében kiv laszthato a megfelelő egyenletrendszer a megoldási eljárás következo lépésének végrehajtásához.

Az aktuális vezetési eset értékelése az  n. „p szt zo” eljáráson alapul, abban a folyamatban, ahol a j r m modell oly módon egyszerűsített, hogy a h s  kerékpár nyomkarima vezetése fennállása tudatosan mellőzött, m kzben az el lftuto kerékpáron egyponτος vezetés valósul meg. Az egyenletes  vbenhalad s kezelésére alkalmazott $\{x, y\}$ síkbeli koordináta rendszer a következo feltételeknek tesz eleget: az origo a pályatengely R_l névleges sugárral b ro körvonalára illeszkedik, az x tengely ennek a k rnek az  rintoje, és az x tengelyre meroleges y tengely keresztülhalad az origon és az R_l sugaru k r k zppontja is illeszkedik az y tengelyre. A j r m  t megk zppontja az y tengelyen helyezkedik el, a t megk zppont koordin t p rja $\{x_g, y_g\}$.

Ismert egyszerű geometriai elemzéssel kijel lheto az y tengelyen azon $[y_L, y_U]$ intervallum, amelybe normál üzem eseteben az y_g t megk zpponti koordináta egyáltalán elhelyezkedhet. Ezek után már vizsgálhato, hogy adott üzemi feltételek mellett (R_p sugár v haladási sebesség) a h s  kerékpáron nyomkarima nélküli esetet tekintve, hová esne a t megk zppont y_g oldalir nyu koordinátája. Mármost a jelzett feltételek mellett az egyponτος vezetés kialakulását az indikálja, hogy y_g az $[y_L, y_U]$ intervallum belsejébe esik. A j r m  t megk zppontj nak y_g egyensúlyi helyzetét tehat az említett hátul nyomkarima nélküli”

kerékpár esetére egyszerűsített modell rendszerében vizsgáljuk, a vezetést biztos to elso kerékpár nyomkarim j nak az 1.  br n vázolt 1 jelű érintkezési pontjára felírt síkbeli nyomat kegyens lyi egyenlet alapján. A j r m  t megk zppontj nak egyensúlyi helyzete tehat kisz m thato, és megvizsg lhato, hogy $y_L < y_g < y_U$ fennáll-e, más szóval  rt kelheto, hogy az egyponτος vezetésre vonatkozó feltevés elfogadhato, vagy elvetendő. Az 1-es pontra vonatkozóan felírt nyomat kegyens lyi egyenlet a 2.  bra jelol selei alapján a következo lesz:

$$\sum M_i(1) = 0; \rightarrow -K_{1x}y_1 - K_{2x}y_2 - K_{3x}y_3 - K_{4x}y_4 - F_{tx}y_{d1} + F_c x_{g1} + K_{1y}x_1 + K_{2y}x_2 + K_{3y}x_3 + K_{4y}x_4 + F_{ty}x_{d1} = 0 \quad (2)$$

Vegy k észre, hogy az 1-es pont kiválasztása el nyos, mert mind az elülső Y_1 tereloero és az F_{s1} elülső nyomkarima súrlodási erő hatásvonala kereszt lmeny 1-en,  gy az utóbbiak nem gyakorolnak nyomatékot az 1-es pontra.  gy ez az egyenlet F_{tx} és F_{ty} erőkomponensek konkrét, vagy feltételezett értékeivel megoldhato az egyedüli ismeretlenre y_g -re, meghatározva a j r m  helyzetét a pályán.

A $K_{ix,y}$, $i=1,2,3,4$ futofel leti erők függnek az y_g , F_{tx} , ω_1 és ω_2 - rt keektol. A vonoero y irányu F_{ty} komponense függ y_g -tol és F_{tx} -tol, az F_c centrifugális erő csak y_g -tol függ, m g az x_i , y_i , $i=1,2,3,4$ karok x_g , x_{d1} , y_{d1} és y_g -függvényei. Mivel az említett „feltételes parciális megoldások” elvének alkalmazásakor, kezdetben ω_1 és ω_2 értékei ideiglenesen rögzítettek,  gy a (2) egyenlet y_g és F_{tx} között egy implicit függvénykapcsolatot alakít ki, képletben:

$$\sum M_i(1) = F(y_g, F_{tx}) = 0. \quad (3)$$

Miután elegendően kis lépésközzel megválasztottuk az $\{F_{ixi}\}$ sorozatot, a (3) egyenlet numerikusan megoldhato y_g -re, $\{F_{ixi}\}$ elemeit sorozatosan ismert „feltétel” értékeknek felvéve.  gy az $y_{gi}(F_{ixi})$ függvénykapcsolat, azaz a j r m  t megk zppontj nak keresztirányu feltételes egyensúlyi helyzete, az aktuális F_{ixi} feltétele mellett megkapható. Az $\{y_{gi}\}$ sorozaton alapulva lehetséges kiértékelni a vezetési esetet, a vonoero komponensek $\{F_{ixi}\}$ elemeinek függvényeként, nevezetesen:

1. ha $y_L < y_{gi} < y_U$ egyponτος vezetés lép fel
2. ha $y_L > = y_{gi}$ (A eset) vagy $y_{gi} > = y_U$ (B eset), akkor a h s  kerékpáron nyomkarima érintkezés, azaz k tponτος vezetés lép fel $y_g = y_L$ (A eset) $y_g = y_U$ (B eset)

Ha a fenti értékelésnél egyponτος vezetésre jutunk esetét mutatja ki, a „hátul nyomkarima nélküli” kerékpárral kialakított modell és a (2) nyomatéki egyenlet éppen a valóságot tükrözi, tehat a (2) egyenlet változtatlan alakban léphet be az statikai egyenletrendszerbe. Az egyponτος vezetés további négy statikai egyensúlyi egyenlete a következo:

2. Az y irányú erőkomponensek összege eltűnik:

$$\sum F_{yi} = 0 \rightarrow F_c + Y_{1y} + K_{1y} + K_{2y} + K_{3y} + K_{4y} + F_{s1y} + F_{ty} = 0$$

3. Az x irányú erőkomponensek összege eltűnik:

$$\sum F_{xi} = 0; \rightarrow Y_{1x} + K_{1x} + K_{2x} + K_{3x} + K_{4x} + F_{s1x} + F_{tx} = 0$$

4. Az előlfutó kerékpárra ható eredő nyomaték eltűnik:

$$\sum M_{wli} = 0; \rightarrow [(Y_{1x}c + Y_{1y}s) + (F_{s1x}c + F_{s1y}s)](r + \delta) + (F_{s1z} + Y_{1z})e_1 + (K_{1x}c + K_{1y}s)r + (K_{2x}c + K_{2y}s)r = 0$$

5. A hátrufutó kerékpárra ható eredő nyomaték eltűnik:

$$\sum M_{w2i} = 0; \rightarrow (K_{3x}c + K_{3y}s)r + (K_{4x}c + K_{4y}s)r = 0$$

Itt a kerék r gördülőköri sugara, δ meghatározza a nyomkarima érintkezésének helyét, míg $c = \cos(\lambda)$ és $s = \sin(\lambda)$ ahol λ a hosszirányú járműtengely és az origóbeli pályaerintő egyenese által bezárt kicsi szög. Az e_1 távolság a kerékkoszorú sínen kialakuló érintkezési pontjának és az első kerékpártengelyének vízszintes távolsága, az „előzék”.

A fentiekben megemlítettük, hogy a numerikus eljárásban – a kerékpárok ω_1 és ω_2 -szögsebességeinek a direkt kezelése helyett – perturbációs változók ε_1 és $\varepsilon_2 = c \varepsilon_1$ lettek bevezetve. Végül az előzőleg bemutatott függvények g_1 és g_2 , ε_1 és c változókat használtuk az iterációs megoldási módszerünkben. Ennek megfelelően a fentiekben megalkotott egyenletrendszer a következő tömör alakot veszi fel:

$$f_1(y_g, F_{tx}, \varepsilon_1, c) = 0$$

$$f_2(y_g, Y_{1y}, F_{tx}, \varepsilon_1, c) = 0$$

$$f_3(y_g, Y_{1y}, F_{tx}, \varepsilon_1, c) = 0$$

$$f_4(y_g, Y_{1y}, F_{tx}, \varepsilon_1, c) = 0$$

$$f_5(y_g, Y_{1y}, F_{tx}, \varepsilon_1, c) = 0$$

Ezt a nemlineáris algebrai egyenletrendszert a speciális struktúráját figyelembe véve numerikusan kell megoldani, alkalmazva a „feltételes parciális megoldások” összességén alapuló módszert. A terelőerők alakulása és az aktuális kerékterhelések ismeretében a kisiklási hajlam alakulása több paraméteres függvényekként értékelhető.

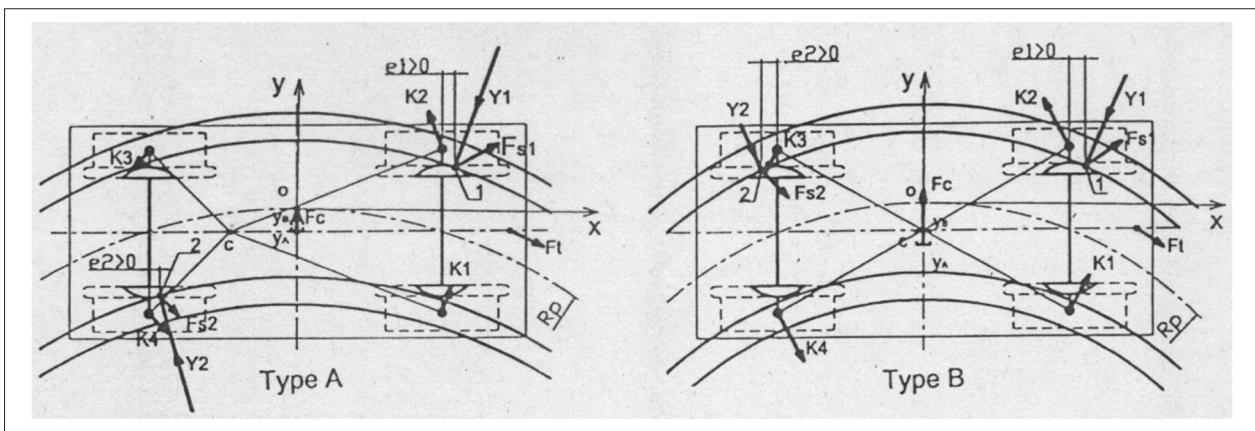
Kétpontos vezetés esetében, mikor az egyensúlyi egyenletrendszert felírjuk, akkor a jármű elhelyezkedése geometriailag egyértelműen meghatározott, és így új ismeretlenként nyilvánvalóan a hátsó kerékpár nyomkarimáján fellépő terelővel kell számolni (lásd a 3. ábrát).

A járműnek a pálya nyomcsatornájában elfoglalt helyzete jól meghatározott, és a „tájékozódó pásztázás” eredmények alapján a kétpontos vezetés A vagy B aktuális esetei (bal ill. jobb ábrarész) is jól megkülönböztethetők.

Mint azt említettük, az y_g ismeretlen helyett a hátsó kerékpárra ható terelőerő Y_{2y} keresztirányú komponense kerül be ismeretlenként. Az öt egyensúlyi egyenlet alakja a következő:

1. Az első tengely nyomkarimájának 1-jelű pontjára működő eredő nyomaték eltűnik:

$$\sum M_i(1) = 0; \rightarrow -K_{1x}y_1 - K_{2x}y_2 - K_{3x}y_3 - K_{4x}y_4 - F_{tx}y_{d1} - Y_{2x}y_{y2} - F_{s2x}y_{fs2} + F_c x_{g1} + K_{1y}x_1 + K_{2y}x_2 + K_{3y}x_3 + K_{4y}x_4 + F_{ty}x_{d1} + Y_{2y}x_{y2} + F_{s2y}x_{fs2} = 0$$



3. ábra: A kétpontos vezetés A és B típusú esete

2. Az y irányú erőkomponensek összege eltűnik:

$$\sum F_{yi} = 0 \rightarrow F_c + Y_{1y} + K_{1y} + K_{2y} + K_{3y} + K_{4y} + F_{s1y} + F_{ty} + Y_{2y} + F_{s2y} = 0$$

3. Az x irányú erőkomponensek összege eltűnik:

$$\sum F_{xi} = 0; \rightarrow Y_{1x} + K_{1x} + K_{2x} + K_{3x} + K_{4x} + F_{s1x} + F_{tx} + Y_{2x} + F_{s2x} = 0$$

4. A mellső kerékpáron dolgozó eredő nyomaték eltűnik:

$$\sum M_{wi} = 0; \rightarrow \left[(Y_{1x}c + Y_{1y}s) + (F_{s1x}c + F_{s1y}s) \right] (r + \delta) + (F_{s1z} + Y_{1z})e_1 + (K_{1x}c + K_{1y}s)r + (K_{2x}c + K_{2y}s)r = 0$$

5. A hátsó kerékpáron dolgozó eredő nyomaték eltűnik:

$$\sum M_{wi} = 0; \rightarrow \left[(Y_{2x}c + Y_{2y}s) + (F_{s2x}c + F_{s2y}s) \right] (r + \delta) + (F_{s2z} + Y_{2z})e_2 + (K_{3x}c + K_{3y}s)r + (K_{4x}c + K_{4y}s)r = 0$$

Az e_2 előzők értéke a hátsó kerékpártengely és a hátsó kerék nyomkarima érintkezési pontja közötti vízszintes távolság. Az e_2 lehet negatív is, ha a hátsó kerékpár nyomkarimája a külső sínzsal fejével érintkezik a B jelű hátsó nyomkarima érintkezés bekövetkeztekor. Ez utóbbi esemény a relatív sebességek esetén következhet be.

Hivatkozva az ε_1 és c változókra vonatkozóan bevezetett g_1 és g_2 függvényekre a kialakított egyenletrendszer a következő tömör formába írható:

$$h_1(Y_{2y}, Y_{1y}, F_{tx}, \varepsilon_1, c) = 0$$

$$h_2(Y_{2y}, Y_{1y}, F_{tx}, \varepsilon_1, c) = 0$$

$$h_3(Y_{2y}, Y_{1y}, F_{tx}, \varepsilon_1, c) = 0$$

$$h_4(Y_{2y}, Y_{1y}, F_{tx}, \varepsilon_1, c) = 0$$

$$h_5(Y_{2y}, Y_{1y}, F_{tx}, \varepsilon_1, c) = 0$$

Ez a nemlineáris algebrai egyenletrendszer numerikusan oldandó meg, a három ismeretlen erő és a kerékpárok két ismeretlen szögsebességét meghatározó két perturbációs mennyiség ε_1 és c kiértékelésére. A meghatározott erők alapján a kisiklási hajlamok is számíthatók.

4. A numerikus megoldás

Mint ahogy már említettük, az egyensúlyi állapotot leíró algebrai egyenletrendszer numerikus megoldásának alapja

a „feltételes parciális megoldások” módszerének alkalmazása. Az kerékpárok ismeretlen ω_1 és ω_2 szögsebességeit paramétereknek tekintjük, és belőlük két előre megadott osztásközü (kerékpár szögsebességekre vonatkozó feltételeket rögzítő) valós szám értékű ekvidisztáns numerikus sorozatot készítünk. A két szögsebesség paraméter sorozat jelölése: $\{\omega_{1j}\}$ és $\{\omega_{2j}\}$. A bevezetett szögsebesség-sorozatbeli értékeket a korábban említett perturbációs kezeléssel a tekintett konstans v_1 haladási sebességre és $\{\varepsilon_{1j}\} = \{(r \omega_{1j} / v_1) - 1\}$ és $\{\varepsilon_{2j}\} = \{(r \omega_{2j} / v_1) - 1\}$ jelentésű perturbáló sebesség sorozatokra vetítve alkalmazzuk. A numerikus eljárásban a zérustól lépésenként lineárisan növekedőnek választott $\{\varepsilon_{1j}\}$ sorozat és az $\{\varepsilon_{2j}\} = \{c \varepsilon_{1j}\}$ összefüggéssel felvett sorozat nyer szerepet a következőkben részletezett gondolatmenet szerint.

Az ω_1 és ω_2 szögsebességek melletti feltételes forgási állapotok jellemzésére feltételként rögzített ε_1 és c reprezentáns értékekkel az ívben haladó jármű állandósult síkbeli mozgása közben fennálló erőegyensúlyt leíró 3 egyensúlyi egyenlet a numerikusan megoldható. Az adott feltételek melletti kapott numerikus eredményekkel, a kerekek futófelületein és nyomkarimáin ébredő erők tangenciális komponensei meghatározhatók, és ezekből az aktuális ε_1 és c (az ω_1 és ω_2 reprezentánsai) értékei mellett forgó kerékpárokra ható feltételes eredő nyomatékok számíthatók.

Mivel a kerékpárok egyenletes forgómozgása esetén a kerékpár tengelyekre vett eredő nyomatékoknak el kell tűnniük, a fentiekben mondott eljárásban tekintetbe vett $\{\omega_{1j}\}$ és $\{\omega_{2j}\}$ szögsebesség sorozatok esetén mindkét sorozatban lehetséges olyan ω_{1i} és $\omega_{1(i+1)}$ illetve ω_{2j} és $\omega_{2(j+1)}$ szögsebesség-párok kiválasztása amelyekre a hozzájuk tartozó eredő nyomatékok szorzataira egyszerre teljesül az alábbi két feltétel:

$$M_{w1}(\omega_{1i})M_{w1}(\omega_{1(i+1)}) < 0 \text{ és}$$

$$M_{w2}(\omega_{2j})M_{w2}(\omega_{2(j+1)}) < 0$$

Ez a feltétel pár azt jelenti, hogy az M_{w1} eredő nyomaték az $[\omega_{1i}, \omega_{1(i+1)}]$ intervallumban valahol eltűnik, valamint hogy az M_{w2} eredő nyomaték pedig az $[\omega_{2j}, \omega_{2(j+1)}]$ intervallumban valahol ugyancsak eltűnik. A jelzett intervallumok már tartalmazzák a keresett egyensúlyi szögsebességeket.

A tényleges numerikus megvalósítás során a szögsebességek helyett, újból az ε_1 , ε_2 és c változókat használjuk. A numerikus eljárást ciklusokkal valósítjuk meg. A külső ciklusváltozó a c , amely egy ekvidisztáns sorozatból veszi fel az értékeit. Valamely konstans c esetén, a kerékpár nyomatékokra vonatkozó egyenletpár úgy is megfogalmazható, hogy a nyomatékok független változójaként eddig határozatlan feltételi paraméterként tekintett $\{\omega_{1j}\}$ és $\{\omega_{2j}\}$ reprezentáns sorozat-pár elemek helyett a belőlük képzett, ugyancsak reprezentáns $\{\varepsilon_{1j}\} = \{(r \omega_{1j} / v_1) - 1\}$ és $\{\varepsilon_{2j}\} = \{(r \omega_{2j} / v_1) - 1\}$ konkretizált sorozatpár készíthető. Mármost a konkrét számítási eljárásban egy megfelelően

megválasztott $\{\varepsilon_{1i}\}$ és a belőle készíthető $\{\varepsilon_{2i}\} = \{c \varepsilon_{1i}\}$ numerikus sorozatok elemeihez hozzárendeljük a sorozatelemekhez tartozó eredő kerékpártengely-nyomatékokat, azon elv alapján, hogy az $\{\varepsilon_{1i}\}$ értékekhez tartozó nyomatékok legyenek megegyezők az $\{\omega_{1j}\}$ sorozathoz korábban hozzárendelt nyomatékokkal, azaz legyen érvényes az $M_{w1}(\varepsilon_{1i}) = M_{w1}(\omega_{1i})$ értékadás. Hasonlóan az $\{\varepsilon_{2i}\}$ értékekhez tartozó nyomatékok legyenek megegyezők az $\{\omega_{2j}\}$ sorozathoz korábban hozzárendelt nyomatékokkal, azaz legyen érvényes az $M_{w2}(\varepsilon_{2i}) = M_{w2}(\omega_{2i})$ értékadás. Ily módon az $\{\varepsilon_{1i}\}$ és $\{\varepsilon_{2i}\}$ sorozat elemeihez meghatározott $M_{w1}(\varepsilon_{1i})$ és $M_{w2}(\varepsilon_{2i})$ nyomatékok ismertek és keresni kell azon $(\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{1(i+1)})$ és $(\varepsilon_{1j}, \varepsilon_{1(j+1)})$ értékpárokat amelyekre egyszerre fennáll az alábbi két szorzatfeltétel:

$$M_{w1}(\varepsilon_{1i})M_{w1}(\varepsilon_{1(i+1)}) < 0 \text{ és}$$

$$M_{w2}(\varepsilon_{2j})M_{w2}(\varepsilon_{2(j+1)}) < 0$$

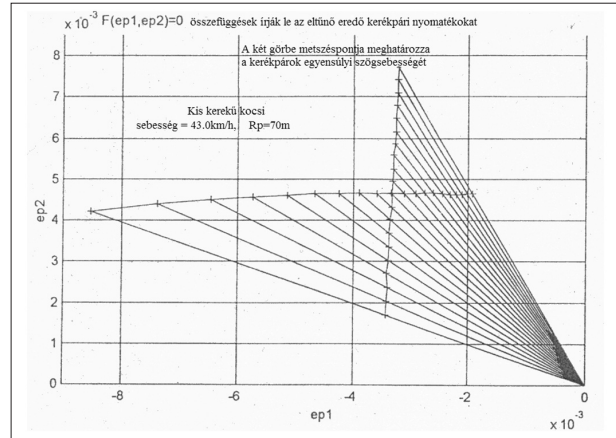
Az említett értékpárok ismeretében, az aktuális c-értékhez tartozó közelítő gyökök lineáris interpolációval nyerhetők:

$$\varepsilon_1(c) = \varepsilon_{1(i+1)} - \frac{M_{w1}(\varepsilon_{1(i+1)})}{\left[\frac{M_{w1}(\varepsilon_{1(i+1)}) - M_{w1}(\varepsilon_{1i})}{\varepsilon_{1(i+1)} - \varepsilon_{1i}} \right]}$$

$$\varepsilon_2(c) = \varepsilon_{2(j+1)} - \frac{M_{w2}(\varepsilon_{2(j+1)})}{\left[\frac{M_{w2}(\varepsilon_{2(j+1)}) - M_{w2}(\varepsilon_{2j})}{\varepsilon_{2(j+1)} - \varepsilon_{2j}} \right]}$$

A vázolt módon szervezett numerikus eljárás a c konstans értékéhez két jól meghatározott pontot – a $P_1(c)$ és $P_2(c)$ pontokat – eredményezi az $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2\}$ koordináta síkon. Ezen pontok koordinátás felírása a következő: $P_1(c)=[P_{1x}(c), P_{1y}(c)] = [\varepsilon_1(c), c\varepsilon_1(c)]$ és $P_2(c)=[P_{2x}(c), P_{2y}(c)]=[\varepsilon_2(c)/c, \varepsilon_2(c)]$. A $P_1(c)$ és $P_2(c)$ pontok c-függő d(c) távolsága, a tekintett c érték „jószágának” mértéke, ugyanis mégpedig ha egy c*-ra a távolság d(c*) = 0, akkor a teljesül, hogy $P_1(c^*)$ és $P_2(c^*)$, és ezzel a két kerékpár állandósult szögsebességei meghatározottak. A kérdéses egy skalárváltozós d(c) = 0 nemlineáris algebrai egyenlet megoldása könnyedén megkapható, interpoláción alapuló egyszerű lineáris közelítést használva. A kérdéses numerikus megoldás eljárása a 4. ábrán látható.

A kerékpárok állandósult szögsebességei ismeretében, a jármű helyzetére, a futófelületi erőkre, a terelőerőkre, a nyomkarimára ható erőkre és a kisiklási hajlamra vonatkozó kérdések végső megoldása is meghatározható. Az állandósult síkmozgást végző körívben futó járműre felírt három egyensúlyi egyenlet feltételes részmegoldásainak halmazából azon megoldást kellett kiválasztani, amelyekre vonatkozóan a kerékpárok állandósult szögsebessége által meghatározott feltétel teljesült. Így „a kígyó bele-



4. ábra: Szeletelés c = konstans sugarakkal. A két nyomatékegyensúlyi görbe metszéspontján áthaladó sugár meredeksége adja a kívánt gyököt, c*-t.

harap a saját farkába” és az állandósult körívben haladás problémája teljes megoldásra talált.

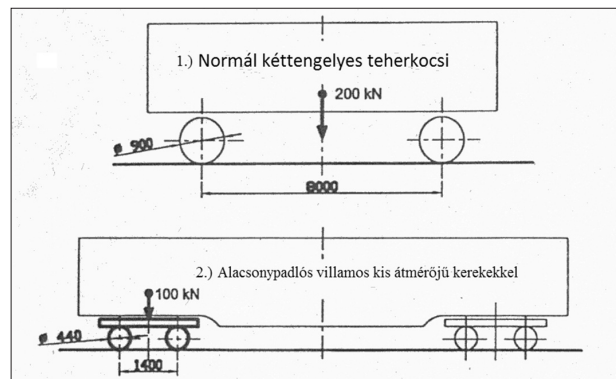
A előlfutó kerékpárra vonatkozó h_1 kisiklási hajlam és a hátulfutó kerékpárra vonatkozó h_2 kisiklási hajlam a következő képletekkel határozható meg:

$$h_1 = \frac{Y_{1z} + F_{s1z}}{G_2}, \quad h_2 = \frac{Y_{2z} + F_{s2z}}{G_j}, \quad j = G_4 \vee G_3$$

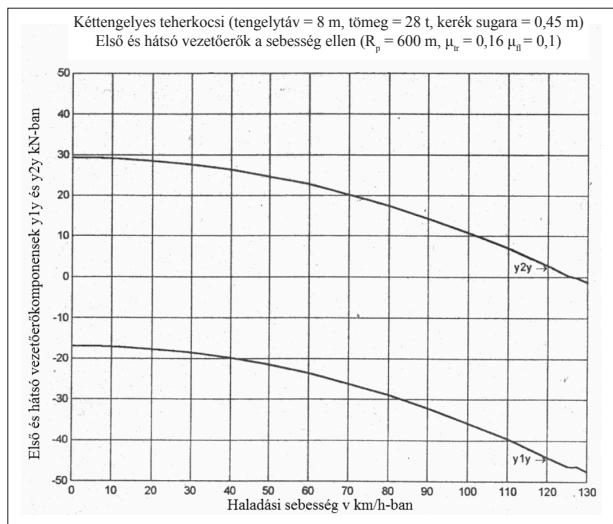
Annak érdekében, hogy az adott jármű (rögzített konstrukciós geometria) állandósult ívben haladása során mutatkozó viselkedését vizsgáljuk, az Y_1 és Y_2 terelőerők, és a két kerékpár kisiklási hajlamainak h_1 és h_2 , – mint függvénye a 4 legfontosabb üzemeltetési paraméternek – ismerete döntő. Az utóbbi üzemeltetési paraméterek a pályáiv R_p sugara, a v haladási sebesség valamint a nyomkarimán történő csúszóérintkezést jellemző μ_{η} , és a futófelületi csúszóérintkezést jellemző μ_r súrlódási tényező.

5. Néhány eredmény kéttengelyes futóművekre

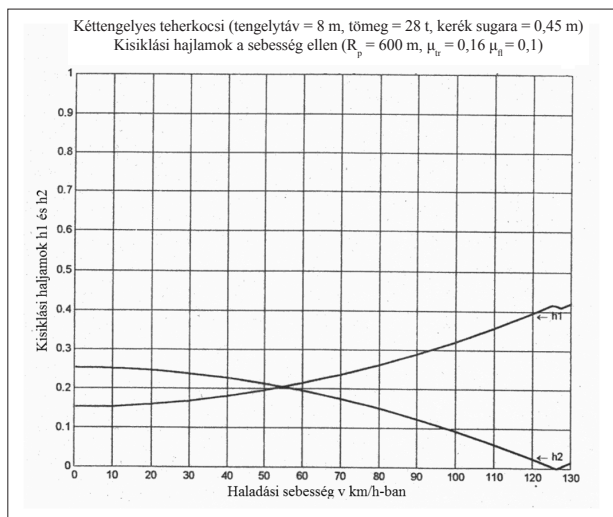
A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetemen a Vasúti Járművek Tanszék által alaposan kidolgozott



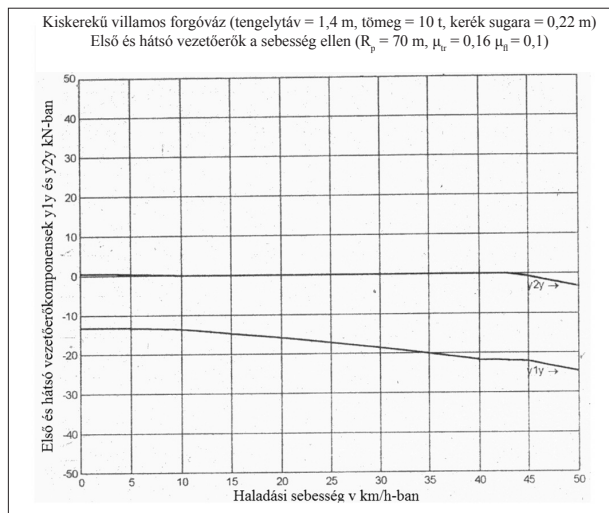
5. ábra: A két tesztelt járműtípus



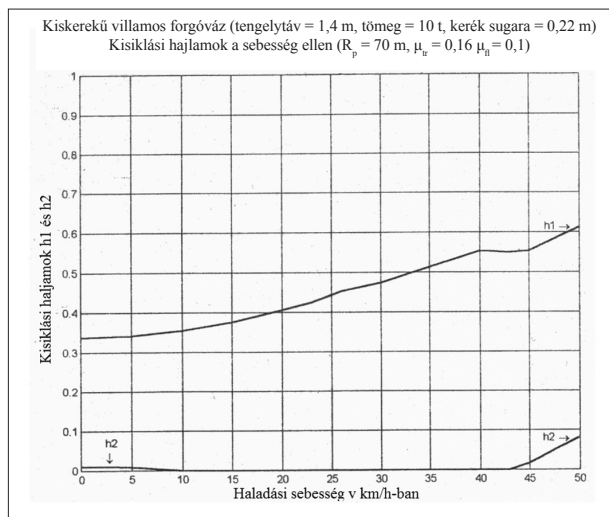
6. ábra: Vezetőerők keletkeznek a teherkocsi nyomkarimáján ívbenhaladáskor, 600 m ívsugáron, 75 mm túlelemeléssel



7. ábra: A teherkocsi kisiklási hajlamai ívbenhaladáskor, 600 m ívsugáron, 75 mm túlelemeléssel



8. ábra: Vezetőerők keletkeznek a teherkocsi nyomkarimáján ívben haladáskor, 70 m ívsugáron túlelemelés nélkül



9. ábra: A villamos forgóváz kisiklási hajlamai ívbenhaladáskor, 70 m ívsugáron, túlelemelés nélkül

kvázistatikus számítási módszer egy MATLAB program formájában (TWAX2PGR) került megvalósításra.

A programot a következő 2 jármű paramétereivel tesztelték:

1. Normál teherkocsi, tengelytáv: 8 m, kerékátmérő: 0,9 m,
2. Kiskerekű felfüggesztés, tengelytáv: 1,4 m, kerékátmérő 0,44 m.

A két járműtípus körvonalas vázlata az 5. ábrán jelenik meg. A vezetőerők és a kisiklási hajlam kiszámítottak a pályáiv, a haladási sebesség és a súrlódási tényezők adott értékeire.

A kapott eredményekkel kapcsolatos iránymutatás céljából bemutatunk néhány görbét. Az alkalmazott súrlódási együtthatók $\mu_r = 0,16$ és $\mu_n = 0,1$ mindkét járműre.

A normál kéttengelyes teherkocsi esetében az ívsugár $R_p = 600$ m volt, a sebesség 0,1-től 120 km/h-ig változott, míg a kiskerekű forgóváznál az ívsugár $R_p = 70$ m volt, a sebesség pedig 0,1-től 50 km/h-ig változott. A 6. és a 7. ábrán a vezetőerők y irányú komponensei és a kisiklási hajlamok a normál teherkocsira szerkesztettek.

A 8. és 9. ábrán a kiskerekű alacsonypadlós villamos forgóvázára szerkesztünk hasonló karakterisztikát.

6. Következtetések

A finomított kvázistatikus ívbenhaladási dinamika kidolgozása és a két járműtípuson elvégzett numerikus vizsgálatok során szerzett tapasztalatok alapján a következő tanulságok vonhatók le:

- Heumann klasszikus elméletét sikeresen kiterjesztet-

tük azzal, hogy figyelembe vettünk több geometriai nemlinearitást, a kerékterhelések nem egyenletes eloszlását és a kerékpárok kialakuló egyensúlyi szögsebességének eltérő alakulásának lehetőségét.

- A kiterjesztett módszer lehetővé teszi az egy pontos és két pontos vezetés (A és B típus) tartományának hatékony numerikus módszerekkel való kijelölését.
- A kidolgozott MATLAB programrendszert, TWA-X2PGR-t használva, végrehajtható a terelőerők és a kisiklási hajlamok több konstrukciós és üzemeltetési paraméter függvényeként történő kvantitatív kiértékelése. A megengedhető üzemi sebességek és pályáivisugarak tartománya meghatározható rögzített sín/kerék súrlódási feltételek mellett.
- Amikor a nemlineáris egyenletrendszert numerikusan oldjuk meg, kiemelt figyelmet kell fordítani a gyökök pontosságára. Például a túlságosan nagy lépésköz a lineáris interpoláció háttérű numerikus megoldásnál a gyökök szórását mutató hibás értékeihez vezethet.
- További kutatások és programfejlesztési tevékenységek szükségesek, hogy a számítógépi módszerekre alapozott analízisbe bevonásra kerüljön a kúpos kerék futófelületek és a síndőlési, valamint tülelemelési problémák kezelése, továbbá, hogy biztosítsuk a lehetőséget ívben haladás során történő mozgás stabil-

tásvesztésének analízisére abban az esetben, amikor a csúszási sebességfüggő nyomkarima súrlódási tényező függvény negatív deriválttal bír.

7. Hivatkozások

- [1] *Heumann, H.*: Grundzüge der Führung der Schienenfahrzeuge, Elektrische Bahnen, Verlag Oldenburg, 1950-1953.
- [2] *Sostarics, Gy. – Balogh, V.*: Vasúti Járművek. Egyetemi tankönyv. Tankönyvkiadó, Budapest, 1991.
- [3] *Nakamura, T. – Hakoda, A. – Ikeda, K. – Sumi, T.*: The Study on the Characteristics of the Torsion-Bending Vibration Considering the Discontinuity at the Rail Joint. Proceedings of CM 2000, the 5th International Conference on the Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems. Tokyo, Japan, 2000. p.50-57.
- [4] *True, H. – Birkeedal Nielsen, J.*: On the Dynamics of Steady Curving of Railway Vehicles, Proceedings of VS-DIA '98, (Ed. by Prof. I. Zobory), BME, Department of Railway Vehicles, Budapest, Hungary, 1998. p.73-81.

Köszönetnyilvánítás

A szerzők köszönetüket fejezik ki *Németh István* okl. gépészmérnöknek a cikk ábráinak számítógépi megszerkesztésével nyújtott segítségével.

Vasúti szakirodalom első kézből a MÁV Szolgáltató Központ Zrt. Dokumentációs Központ és Könyvtárból

A MÁV 1951-ben alapított nyilvános könyvtárának gyűjteménye a vasúti közlekedés valamennyi szakterületére és határterületére kiterjed.

A gyűjteményt magyar- és idegen nyelvű könyvek és szakfolyóiratok, valamint, UIC és OSzZsD döntvények, ERRI jelentések, kutatási jelentések és tanulmányok alkotják.

Elérhetőségek:

1087 Bp., Könyves K. krt. 54-60., I. em. 144.

(1)511-2438

mavdok@mav.hu

<http://www.mavintezet.hu/home.html>

Nyitva tartás:

Hétfő 8-16

Kedd 8-16

Szerda 8-18

Csütörtök 8-16

Péntek 8-13

HÍREK

A Thalys erős első félévi teljesítménye

A Thalys folytatta bevételeinek növelését az év első felében, növelve ez utazások számát Párizs és Brüsszel, Amszterdam és Köln, valamint az áprilisban elindított Amszterdam Lille viszonylatokban egyaránt. A forgalom 2,1%-kal növekedett 2013-as év hasonló időszakához képest, 250 millió eurós menetdíjbevételel elérve. Az utasok száma 3,4%-kal nőtt és elérte a 3,4 milliót.

Az utazások száma Hollandia és Párizs között 2,7%-kal lett több, és 16,7%-os növekedést tapasztaltak a holland

állomások és Brüsszel között. Ennek egyik oka, hogy a Fyra az elmúlt év első részében visszavonta üzemeltetését – hátrahagyva a Thalyst –, mint egyedüli nagysebességű üzemeltetőt az Amszterdam és Brüsszel útvonalon.

A Thalys a Fyra összeomlása után úgy döntött, hogy az Amszterdam–Brüsszel viszonylatban a napi vonat mennyiséget 12-re emeli fel, amelyet még az évvégén napi 14 vonatra emel. A Thalys áprilisban bevezette Amszterdam és Lille közötti közvetlen nagysebességű járatát, amelyet negyed év alatt már több mint 15 000 utas vett igénybe.